

Лекция 10.

Итеративно-адаптивный и адаптивно-рекурсивный алгоритмы в задаче определения угловых координат источников радиоизлучения

Популярным решением задачи определения угловых координат является использование собственноструктурных методов пеленгации, эксплуатирующих идею разделения входного пространства данных на сигнальное и шумовое. Однако у данного подхода есть недостатки: необходимость априорного знания количества источников радиоизлучения и ухудшение работы при наличии когерентных ИРИ в полосе обзора. Альтернативой данным методам может быть применение непараметрических алгоритмов, не использующих предварительную информацию о количестве сигналов и размерности сигнального подпространства. Среди известных методов, данной группы все большую популярность приобретает алгоритм, в основе которого лежит итеративно-адаптивное формирование лучей диаграммы направленности (iterative adaptive approach, IAA).

Алгоритм IAA базируется на итеративном вычислении средней мощности сигнала полученного с антенной решетки, используя адаптивное формирование весовых коэффициентов для каждого выбранного направления сканирования. Фазирование осуществляется при помощи построения сканирующей сетки $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha})$, состоящей из векторов $\mathbf{q}(\alpha_l)$:

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha}) = [\mathbf{q}(\alpha_1), \dots, \mathbf{q}(\alpha_L)], \quad (1)$$

где L – количество направлений сканирования, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \dots \alpha_L]$ – сектор сканирования. Вектор $\mathbf{q}(\alpha_l)$ – детерминированный вектор волнового фронта, определяющий значения комплексных амплитуд источника радиоизлучения приходящего с направления α_l в элементах антенной решетки относительно начала координат:

$$\mathbf{q}(\alpha_l) = \left(e^{j\Delta\psi_1(\alpha_l)} \quad \dots \quad e^{j\Delta\psi_N(\alpha_l)} \right)^T \quad (2)$$

где T – транспонирование матрицы.

Далее производится оценка средней мощности сигнала, поступающего с линейной антенной решетки (ЛАР), для каждого направления в пределах области поиска:

$$P_l = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |z_l(k)|^2, \quad (3)$$

где $l=1 \dots L$, а z_l - сигнал, поступающий с ЛАР сфазированной в направлении α_l :

$$z_l(k) = \mathbf{q}^H(\alpha_l) \mathbf{X}(k) / N \quad (4)$$

где H – знак эрмитова сопряжения, $\mathbf{X}(k)$ - k -й столбец матрицы сигналов с элементов ЛАР, определяющийся следующим образом:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1(1) & \dots & x_1(K) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N(1) & \dots & x_N(K) \end{pmatrix}$$

где компоненты $x_i(k)$ определяются из (1, лекция 5).

Весовые коэффициенты для каждого направления сканирования вычисляются по формуле:

$$\mathbf{w}_l^H = \frac{\mathbf{q}^H(\alpha_l) \bar{\mathbf{R}}^{-1}}{\mathbf{q}^H(\alpha_l) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{q}(\alpha_l)}, \quad (5)$$

где $\bar{\mathbf{R}}$ - оценка корреляционной матрицы, итеративно вычисляемой на каждом шаге, по формуле:

$$\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{Q}(\alpha) \mathbf{P} \mathbf{Q}^H(\alpha) \quad (6)$$

где $\mathbf{P} = \text{diag}\{P_1, \dots, P_L\}$

После расчета весовых коэффициентов производится расчет P_l :

$$P_l = \mathbf{w}_l^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}_l \quad (7)$$

где $\mathbf{R}_x = \frac{1}{K} \mathbf{X} \mathbf{X}^H$ - корреляционная матрица сигналов с элементов ЛАР.

Критерием сходимости данного алгоритма является сравнение вычисляемых мощности с выхода ЛАР на каждой итерации:

$$\frac{\mathbf{P}^i - \mathbf{P}^{i-1}}{\mathbf{P}^{i-1}} \leq \varepsilon \quad (8)$$

где \mathbf{P}^i - вектор, содержащий оценки мощности на i -ой итерации алгоритма, ε - порог, определяющий остановку итераций.

После завершения итераций, оценка направлений прихода ИРИ осуществляется путем нахождения максимумов функции P_l по переменной l , где каждая l соответствует α_l .

$$\{\alpha_l\} \rightarrow \arg \max_l P_l \quad (9)$$

В среднем при малом среднеквадратичном отклонении (СКО) помехи, для получения устойчивого результата необходимо порядка 12 и более итераций, что при частой сетке сканирования приводит к большой длительности выполнения данного метода. Существуют варианты повышения быстродействия, путем сокращения количества направлений сканирования на каждой итерации, основной проблемой данных методов является ухудшение таких параметров, как точность и разрешающая способность. В качестве альтернативного варианта, рассмотрим возможность замены итеративной сходимости на рекурсивную, что приводит к сокращению количества операций, необходимых для обновления пеленгационной характеристики, при получении новых данных.

На первом этапе необходимо рассчитать обратную сигнальную корреляционную матрицу $\widehat{\mathbf{R}}_{k+1}^{-1}$ и ненормированную корреляционную матрицу сигналов $\mathbf{R}_{\text{ненорм}, k+1}$. Обратная сигнальная корреляционная матрица в рекурсивной форме запишется как:

$$\widehat{\mathbf{R}}_{k+1}^{-1} = \left(\mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{P}(k) \mathbf{Q}^H(\boldsymbol{\alpha}) \right)^{-1}. \quad (10)$$

Ненормированная корреляционная матрица соответственно определяется, как:

$$\mathbf{R}_{\text{ненорм}, k+1} = \mathbf{R}_{\text{ненорм}, k} + \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^H(k). \quad (11)$$

На втором этапе обработки, используя обратную сигнальную корреляционную матрицу необходимо определить набор адаптивных векторов $\mathbf{W}_k = [\mathbf{w}_{k,1}, \dots, \mathbf{w}_{k,L}]$, где вектор $\mathbf{w}_{k,l}^H$:

$$\mathbf{w}_{k,l}^H = \frac{\mathbf{q}^H(\alpha_l) \widehat{\mathbf{R}}_k^{-1}}{\mathbf{q}^H(\alpha_l) \widehat{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{q}(\alpha_l)}. \quad (12)$$

На третьем этапе обработки, осуществляется расчет углового спектра мощности:

$$P_l(k) = \frac{1}{k} \mathbf{w}_l^H \mathbf{R}_{\text{ненорм},k} \mathbf{w}_l. \quad (13)$$

Инициализация алгоритма начинается с определения корреляционной матрицы по формуле:

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^H(k). \quad (14)$$

Первое приближения углового спектра мощности, определяется как:

$$P_l(1) = \frac{1}{N^2} \mathbf{Q}(\alpha_l)^H \mathbf{R}_1 \mathbf{Q}(\alpha_l). \quad (15)$$

Использование адаптивно-рекурсивного алгоритма (adaptive recursive algorithm, ARA) позволяет обновлять пеленгационную характеристику с течением времени, затрачивая существенно меньше действий, чем при использовании итеративно-адаптивного подхода.

Эффективность IAA и ARA исследовалась методом математического моделирования. Для этого использовалась линейная антенная решетка, состоящая из $N=16$ элементов с расстоянием между ними $d=0,5\lambda$. Для данной решетки моделировалось разрешение двух источников когерентных сигналов, имеющих одинаковое начальное время прихода и длительность.

На первом этапе проведен сравнительный анализ разрешающей способности по азимуту $\Delta\alpha$ методов в случае малого времени накопления (рис. 1.). Сигналы считались правильно разделены в случае попадания полученных оценок направлений на ИРИ в интервал $\pm 1^\circ$. Для каждого сигнала отношение сигнал/шум (ОСШ) установлено равным 15 дБ.

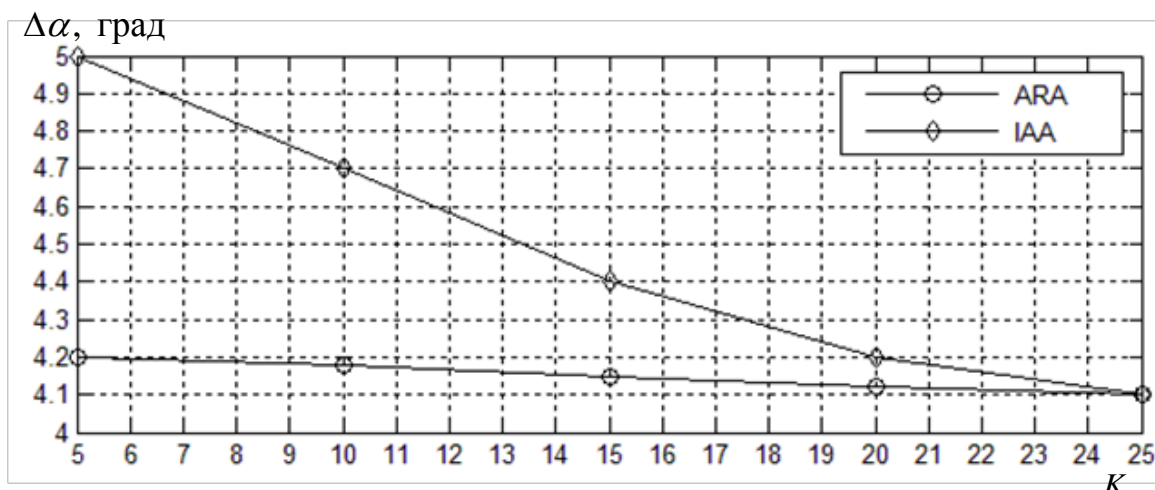


Рис. 1. Зависимость разрешающей способности алгоритмов IAA и ARA от времени накопления при ОСШ=15 дБ

Из графиков на рис. 1. видно, что при малом времени накопления разработанный метод ARA обладает более высокой разрешающей способностью, чем IAA, однако уже при $K > 25$ алгоритмы демонстрируют схожие характеристики (при $K=25$ - $\Delta\alpha = 4.1^\circ$).

На рисунке 2 представлены графики зависимости СКО σ оценки пеленга от его истинного значения от времени накопления для двух когерентных сигналов с углами прихода 100° и 106° соответственно. Как видно из графиков при $K > 14$ алгоритмы имеют практически одинаковые значения σ , при этом стоит отметить более быструю сходимость ARA при малом времени накопления.

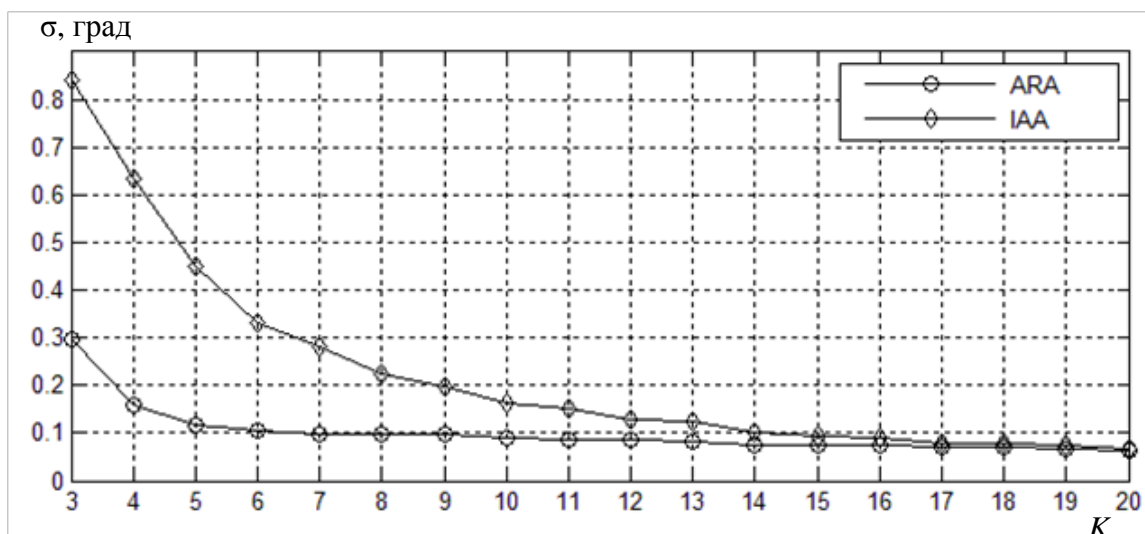


Рис. 2. Зависимость СКО от времени накопления для двух источников с угловыми координатами 100° и 106° при ОСШ=15 дБ

Зависимость СКО σ оценки пеленга от его истинного значения от ОСШ для двух когерентных сигналов с углами прихода 100° и 106° при времени накопления $K=15$ представлена на рис. 3. Следует отметить более высокую чувствительность АРА по сравнению с IAA, так же близкие значения СКО обоих методов при $\text{ОСШ} > 15$ дБ.

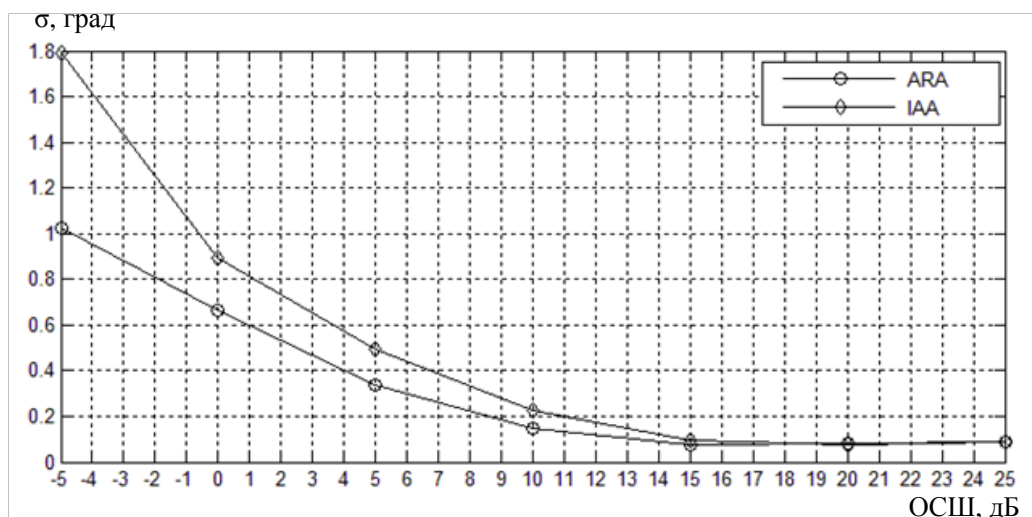


Рис. 3. Зависимость СКО от отношения сигнал/шум для двух источников с угловыми координатами 100° и 106° при $K=15$.

В ходе данной работы исследована возможность улучшения характеристик непараметрического метода IAA путем замены итеративно-адаптивного подхода на адаптивно-рекурсивный. Получившийся в итоге алгоритм АРА был исследован в сравнении с IAA, результаты анализа показали преимущество использования АРА в случае низкого ОСШ и малого времени накопления, а также схожесть характеристик исследуемых методов при наличии достаточного количества цифровых отсчетов. В свою очередь следует отметить, что для обновления пеленгационной характеристики достаточно провести одну итерацию, тем самым существенно сокращает вычислительную сложность.

Таким образом, в случае частого обновления пеленгационной характеристики с течением времени, использование АРА дает очевидные преимущества в производительности, точности и разрешающей способности.