

### Лекция 3. Фазовый метод пеленгации.

Простейший фазовый пеленгатор (рис. 1) содержит две одинаковые антенны, разнесенные в пространстве на известное расстояние  $l$ , называемое базой, а также устройства для усиления принятых сигналов и измерения разности фаз между ними.

Приемные устройства фазовых пеленгаторов имеют ряд особенностей, следующих из того, что вносимые ими фазовые сдвиги должны быть одинаковыми при изменении частоты входных сигналов в рабочем диапазоне, амплитуды в пределах, определяемых изменением расстояния до источника излучения и его мощности, а также при климатических и механических воздействиях. В ряде случаев применяются специальные схемы для переноса измеряемой разности фаз на строго фиксированную частоту с целью уменьшения инструментальных ошибок фазометров. Фазометры в настоящее время выполняются преимущественно цифровыми.

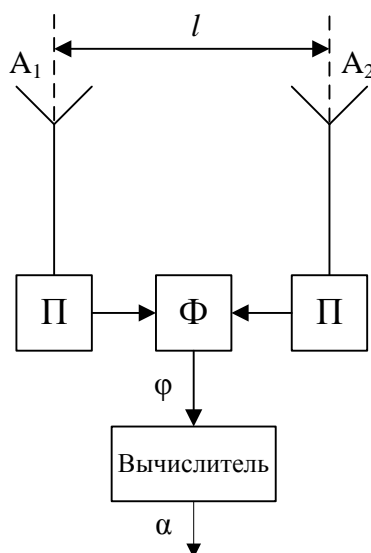


Рис. 1. Структурная схема простейшего фазового пеленгатора:  
П – приемные устройства с ограничителем амплитуд принимаемых сигналов, Ф – фазометр.

Предположим, что расстояние от пеленгатора до источника сигнала намного больше базы  $l$ . Тогда падающую на антенную систему волну можно считать плоской. Задержка сигнала, поступающего на антенну  $A_1$  относительно сигнала, поступающего на антенну  $A_2$ , (рис. 2), выражается формулой

$$\tau_3 = \frac{l \cos \alpha_x}{c}, \quad (1)$$

где  $\tau_3$  — задержка сигнала,  $c$  — скорость распространения радиоволн,  $\alpha_x$  — угол прихода волны, отсчитанный относительно оси  $x$ , на которой расположены фазовые центры антенн  $A_1, A_2$ .

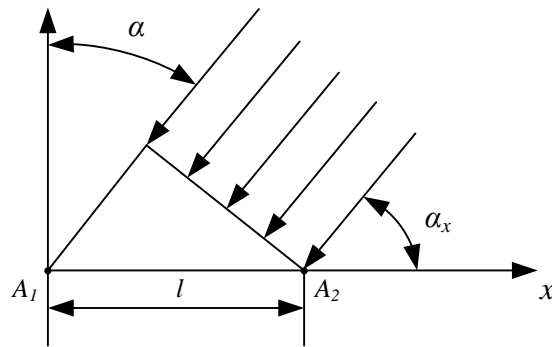


Рис. 2.

Фазовый сдвиг сигналов, соответствующий задержке  $\tau_z$ , определяется формулой

$$\Phi = 2\pi \frac{l \cos \alpha_x}{\lambda} = 2\pi \frac{l \sin \alpha}{\lambda} \quad (2)$$

где  $\Phi$  — фазовый сдвиг в радианах,  $\lambda$  — длина волны.

Из выражения (2) следует, что

$$\alpha = \arcsin \frac{\Phi \lambda}{2\pi l} \quad (3)$$

Формула (3) является основой для определения угла  $\alpha$  по результатам измерения разности фаз сигналов  $\Phi$ .

Как всякая измерительная система фазовый пеленгатор характеризуется точностью и разрешающей способностью. Очевидно, простейший фазовый пеленгатор вовсе не обладает угловой разрешающей способностью. Действительно, при наличии в диаграммах направленности антенн  $A_1$ ,  $A_2$  двух и более одновременно излучающих источников сигналов на выходах антенн будем иметь результат их интерференции. Фазометр измеряет разность фаз между результирующими сигналами, зависящую от углов прихода и амплитуд интерферирующих волн. В результате единичного измерения пеленга  $\alpha$ , рассчитанный по формуле (3), не будет соответствовать угловому положению ни одной из целей.

Источниками погрешностей определения пеленга  $\alpha$  являются следующие факторы:

1) неидеальность среды распространения радиоволн: рефракция радиоволн в атмосфере, которая может иметь регулярный или случайный характер; отражения радиоволн от подстилающей поверхности и местных предметов, приводящие к искривлению их фазовых фронтов; дифракция радиоволн на неровностях земной поверхности, краях лесных массивов и т.п.;

2) неидентичность приемно-усилительных трактов от антенн до фазометров и наличие вследствие этого неучтенных фазовых сдвигов;

3) внутренние шумы аппаратуры и организованные внешние помехи;

4) неидеальность фазоизмерительной аппаратуры, в частности наличие шумов квантования при ее цифровой реализации.

Можно считать, что совокупность перечисленных факторов приводит к случайной погрешности измерения разности фаз  $\Phi$ . Предположим, что сред-

неквадратичное значение этой погрешности  $\sigma_\varphi$ . Из формулы (3) получим выражение для среднеквадратичной погрешности пеленгования

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_\varphi}{2\pi \frac{l}{\lambda} \cos \alpha}. \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что угловая погрешность при фиксированной фазовой ошибке  $\sigma_\varphi$  обратно пропорциональна  $\cos \alpha$ . В дальнейшем будет удобно рассматривать не погрешность измерения угла  $\alpha$ , а погрешность измерения  $\nu = \sin \alpha = \cos \alpha_x$  — направляющего косинуса приходящей волны по отношению к координатной оси  $x$ .

Из формулы (2) имеем

$$\sigma_\nu = \frac{\sigma_\varphi}{2\pi \frac{l}{\lambda}}. \quad (5)$$

где  $\sigma_\nu$  — среднеквадратичная погрешность измерения направляющего косинуса.

Формула (4) выявляет одно из важнейших достоинств фазового пеленгатора: при фиксированной фазовой погрешности  $\sigma_\varphi$  угловая погрешность  $\sigma_\alpha$  может быть сделана сколь угодно малой, если отношение  $l/\lambda$  достаточно велико.

Препятствием к увеличению антенной базы  $l$  в двухканальных пеленгаторах является неоднозначность фазовых измерений. Действительно, разность фаз  $\varphi$  двух гармонических колебаний с частотой  $f_0$  определена лишь на периоде  $T = 1/f_0$ , а разность времени прихода сигналов на различные антенны  $\tau_3$  в формуле (1) может значительно превосходить период, если  $l > \lambda/2$ . Поэтому разность фаз сигналов  $\Phi$  (2) на антеннах должна быть представлена в виде

$$\Phi = \varphi + 2\pi k, \quad (6)$$

где  $\varphi$  — разность фаз, измеренная фазометром;  $k$  — число полных периодов разности фаз, утраченных при измерениях в силу периодичности сигналов.

Ликвидация неоднозначности измерений заключается в восстановлении  $k$  тем или иным способом.

Измеряемая разность фаз  $\varphi$  в зависимости от назначения пеленгатора и типа измерителя может находиться в интервалах  $0 < \varphi < 2\pi$ ,  $-\pi < \varphi < \pi$  или иных пределах. Изменению  $\varphi$  в заданных пределах при фиксированном  $k$  соответствует некоторый угловой сектор — сектор однозначности. Границы секторов однозначности для фиксированных  $k$  определяются формулой (3) при подстановке в нее  $\Phi = \varphi + 2\pi k$  и изменении  $\varphi$  в пределах показаний фазометра.

Из формулы (3) следует, что величина углового сектора однозначности зависит от соответствующего ему целого числа  $k$  (рис. 3). В теоретических выкладках наличие этой зависимости является неудобным, поэтому рассматривают интервалы однозначности направляющего косинуса  $\nu = \sin \alpha = \cos \alpha_x$ .

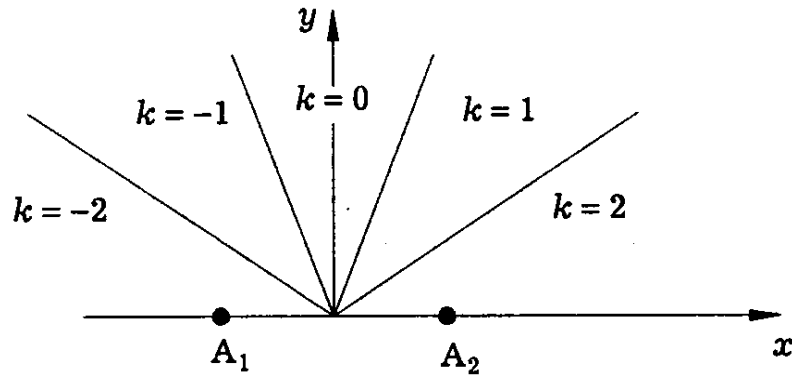


Рис 3. Секторы однозначного пеленгования для пеленгатора с базой  $l = 2\lambda$  при измерении разности фаз в пределах от  $-\pi$  до  $\pi$

Из формул (2), (6) имеем

$$\Delta\nu_{\text{одн}} = \lambda/l, \quad (7)$$

где  $\Delta\nu_{\text{одн}}$  – интервал однозначного измерения направляющего косинуса.

Очевидно, при больших  $l/\lambda$  интервал однозначного измерения направляющего косинуса  $\Delta\nu_{\text{одн}}$  равен угловому сектору однозначности при  $k = 0$ , выраженный в радианах. Ликвидацию неоднозначности можно рассматривать как выбор сектора однозначности, в котором находится источник сигнала.

В следящих фазовых пеленгаторах, осуществляющих угловое сопровождение объекта наблюдения, устранение неоднозначности производится за счет использования направленных свойств антенн: сектору однозначности  $k = 0$  соответствует нахождение цели в главном лепестке диаграммы направленности. Для согласования ширины главного лепестка диаграммы, равного приблизительно  $\lambda/L$ , где  $L$  — размер антенны в плоскости пеленгования, с сектором однозначности размер антенны  $L$  выбирается равным базе  $l$ .

В обзорных фазовых пеленгаторах устранение неоднозначности производится с помощью применения дополнительных более грубых измерителей с меньшими базами. Известный подход к построению пеленгатора, получивший название «метода уточнений», основан на включении в его состав грубого измерителя с базой  $l_1$ , обеспечивающего однозначный, но недостаточно точный пеленг в заданном секторе углов, а также одного или более измерителей с базами  $l_i$  ( $i = 2, 3, \dots, n, l_{i+1} > l_i$ ), обеспечивающих последовательное уточнение пеленга при сужении сектора однозначности. При этом устранение неоднозначности на  $i$ -й базе производится на основании измерений на  $(i - 1)$ -й.

Рассмотрим алгоритм последовательного раскрытия неоднозначности. Предположим, что ошибки фазовых измерений отсутствуют. На базе  $l_1$  производится однозначный отсчет

$$\varphi_1 = 2\pi \frac{l_1}{\lambda} \sin \alpha,$$

Полная разность фаз на неоднозначной базе  $l_2$

$$\Phi_2 = \varphi_2 + 2\pi k_2 = 2\pi \frac{l_2}{\lambda} \sin \alpha,$$

Здесь  $|\varphi_2| \leq \pi$ ,  $k_2$  – число полных периодов разности фаз  $\Phi_2$ , утраченных при измерениях.

Из выражений для  $\varphi_1$  и  $\Phi_2$  находим

$$k_2 = \frac{1}{2\pi} \left( \varphi_1 \frac{l_2}{l_1} - \varphi_2 \right).$$

Так как реально разности фаз  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  измеряются с ошибками, правая часть этого соотношения не является целым числом. Поэтому  $k_2$  определяют, округляя ее до ближайшего целого. Определив  $k_2$  можно затем таким же путем найти  $k_3$ , то есть

$$k_i = \left\langle \frac{1}{2\pi} \left( \varphi_{i-1} \frac{l_i}{l_{i-1}} - \varphi_i \right) \right\rangle, \quad (8)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  — операция округления до ближайшего целого.

Устройство, реализующее алгоритм (8) для двухбазового пеленгатора, может быть выполнено по схеме рис. 4 как на дискретных, так и на аналоговых элементах.

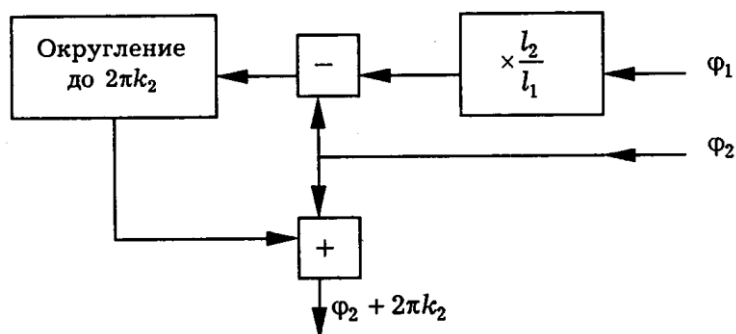


Рис. 4. Устройство последовательного устранения неоднозначности

Подобные устройства используются в многобазовых пеленгаторах, реализующих «метод уточнений» (рис. 5).

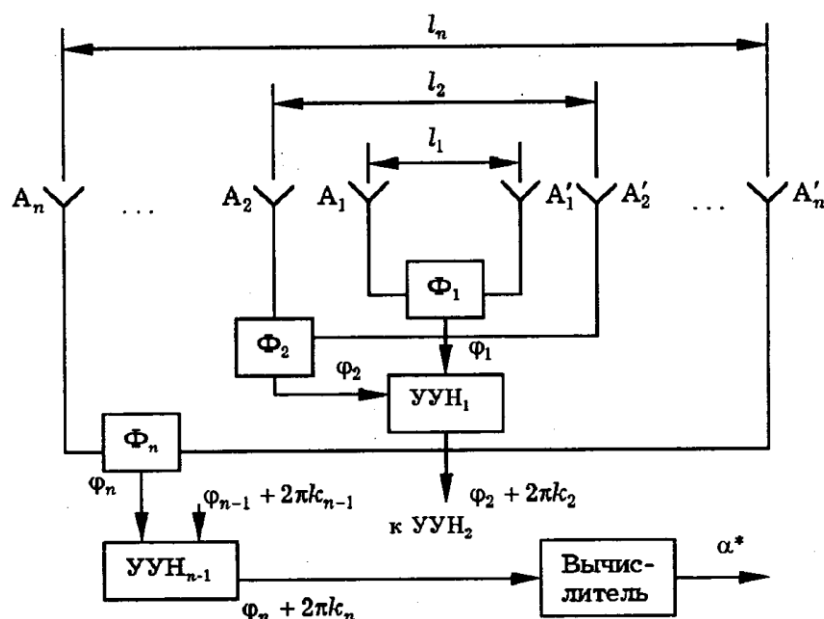


Рис. 5. Укрупненная структурная схема пеленгатора, работающего по «методу уточнений»

На схеме  $\Phi_i$  – фазометры, УУН – устройства устранения неоднозначности, каждое из которых может быть выполнено по схеме рис. 4. Приемные устройства не показаны. Вычислитель выдает оценку пеленга  $\alpha^*$  в соответствии с формулой (3), где  $\Phi = \Phi_n$  – полная разность фаз на самой большой базе пеленгатора  $l_n$ . Совокупность антенн пеленгатора образует линейную антенную решетку.

Качество устранения неоднозначности характеризуется вероятностью того, что она устранена правильно, то есть вычисленное значение  $k$  соответствует минимальной погрешности пеленгования. Из (8) следует, что при переходе от базы  $l_{i-1}$  к  $l_i$  условие правильного определения  $k$  заключается в том, чтобы стоящее в квадратных скобках выражение отличалось от истинного целочисленного значения не более чем на 0,5.

Представим измеренные разности фаз в виде

$$\varphi_i = \varphi_{0i} + \delta_i, \quad (9)$$

где  $\varphi_{0i}$  – разность фаз, точно соответствующая углу прихода волны;  $\delta_i$  – ошибка измерений.

Тогда на основании (8) условие правильного устранения неоднозначности запишется в виде

$$|\eta_i| \leq 0,5, \quad (10)$$

где

$$\eta_i = \frac{1}{2\pi} \left( \delta_{i-1} \frac{l_i}{l_{i-1}} - \delta_i \right). \quad (11)$$

Для выяснения физического смысла соотношения (10) запишем его в виде

$$\left| \frac{\delta_{i-1}\lambda}{2\pi l_{i-1}} - \frac{\delta_i\lambda}{2\pi l_i} \right| < \frac{\lambda}{2l_i}. \quad (12)$$

Поскольку  $\delta_i\lambda/2\pi l_i$  – погрешность измерения направляющего косинуса  $\nu$  на  $i$ -й базе, а  $\lambda/l_i$  – сектор однозначности на той же базе, условие правильного устранения неоднозначности заключается в том, что разность погрешностей измерений на «грубой» базе  $l_{i-1}$  и «точной» базе  $l_i$  не превосходит половины сектора однозначности по «точной» базе. Если же  $l_i/l_{i-1} \gg 1$ , угловая погрешность на «точной» базе в левой части (12) не существенна по сравнению с погрешностью пеленгования на «грубой». И условие правильного устранения неоднозначности сводится к тому, что погрешность измерения на «грубой» базе не превышает половины сектора однозначности на «точной».

Условие правильного устранения неоднозначности в  $n$ -базовом пеленгаторе описывается совокупностью  $(n - 1)$  неравенств (10), где  $i = 2, 3, \dots, n$ . В соответствии с этим условием вероятность правильного устранения неоднозначности можно вычислить по формуле

$$P_0 = \int_{-0,5}^{0,5} \dots \int_{-0,5}^{0,5} W_{n-1}(y_2, \dots, y_n) dy_2 \dots dy_n, \quad (13)$$

где  $W_{n-1}(y_2, \dots, y_n)$  – плотность распределения вероятностей случайных величин  $\eta_i$  (11).

Случайные величины  $\eta_i, \eta_{i+1}$  коррелированы между собой даже в том случае, если фазовые погрешности  $\delta_i$  независимы. Поэтому в общем случае вероятность  $P_0$  (13) не равна произведению вероятностей правильного устранения неоднозначности при переходе от  $i$ -й базы к  $(i + 1)$ -й,  $i = 1, 2, \dots, (n - 1)$ . Действительно, пусть  $\delta_i$  – независимые случайные величины с нулевыми средними и равными дисперсиями  $\sigma_\varphi^2$ . Тогда дисперсии случайных величин  $\eta_i$ , равны

$$\sigma_{\eta_i}^2 = \frac{\sigma_\varphi^2}{(2\pi)^2} \left( 1 + \left( \frac{l_i}{l_{i-1}} \right)^2 \right), \quad (14)$$

а коэффициенты корреляции

$$r_{i,(i+1)} = - \left( \sqrt{\left( \left( 1 + \left( \frac{l_i}{l_{i-1}} \right)^2 \right) \left( 1 + \left( \frac{l_i}{l_{i+1}} \right)^2 \right) \right)} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Отсюда следует, что корреляция действительно имеет место, однако при большом отношении баз  $l_i/l_{i+1}$  она становится несущественной.

Особенностью пеленгатора, построенного по схеме рис. 5, является то, что точность пеленгования определяется самой большой базой, а все остальные служат только для определения сектора однозначности, в котором лежит истинный пеленг. Часть информации о пеленге, заложенная в измерениях, выполненных на этих базах, при этом теряется. Это относится ко всем схемам последовательной обработки сигналов в многобазовых пеленгаторах. Последовательное устранение неоднозначности не претендует на статистическую оптимальность.

Другой подход к построению многобазовых фазовых пеленгаторов основан на статистической оптимизации алгоритма отыскания направляющего косинуса по совокупности всех измеренных разностей фаз  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$  включая и устранение неоднозначности. Измеряемая величина рассматривается как скалярный параметр распределения вероятностей совокупности разностей фаз на неоднозначных шкалах. Теоретической основой оптимизации обработки служит принцип максимального правдоподобия.

### **Двухкоординатные фазовые пеленгаторы**

Угловое положение объекта наблюдения в трехмерном пространстве задается двумя угловыми координатами. Обычно это азимут  $\alpha$  и угол места  $\beta$  либо направляющие косинусы относительно осей прямоугольной декартовой системы координат. Азимут  $\alpha$  характеризует угловое положение объекта в плоскости земли, угол места  $\beta$  — его возвышение над землей.

Предположим, что координатные оси  $Ox, Oy$  антенной системы пеленгатора расположены в плоскости земли, а ось  $Oz$  направлена вертикально вверх. Тогда азимут и угол места характеризуют положение объекта  $C$  (рис. 6) относительно антенной системы.

Углы  $\alpha_x$  и  $\alpha_y$  задают направление на объект относительно осей координат  $Ox$  и  $Oy$ . Обозначим направляющие косинусы принимаемой волны  $\cos \alpha_x = v, \cos \alpha_y = u$ . Используя рис. 6 нетрудно получить следующие соотношения:

$$v = \cos \alpha_x = \frac{x_c}{|\overrightarrow{OC}|} = \cos \beta \cos \alpha, \quad (16)$$

$$v = \cos \alpha_y = \frac{y_c}{|\overrightarrow{OC}|} = \cos \beta \sin \alpha, \quad (17)$$

где  $x_c, y_c$  – проекции точки излучения на координатные оси  $Ox$  и  $Oy$ .

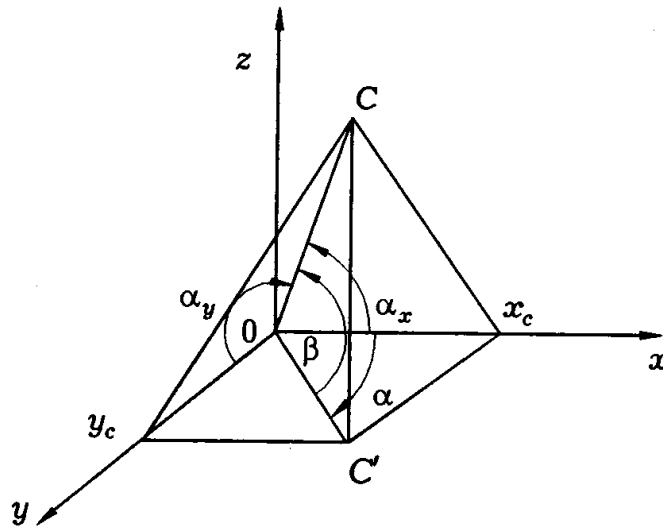


Рис. 6. Угловое положение объекта наблюдения в трехмерном пространстве

Поскольку антенная система пеленгатора далеко не всегда расположена в плоскости земли, направляющие косинусы относительно ее осей во многих случаях являются более удобной характеристикой углового положения объекта, чем азимут и угол места.

Для определения углового положения источника излучения в трехмерном пространстве антенная система пеленгатора должна содержать ряд элементов, размещенных на плоскости либо поверхности более сложного профиля. Рассмотрим фазовые соотношения сигналов, наведенных в антеннах, расположенных на плоскости.

Пусть на плоскости  $xOy$  (рис. 7) имеются две произвольно расположенные точки приема:  $A_1(x_1, y_1)$  и  $A_2(x_2, y_2)$ , а источник излучения находится в точке  $C(x_c, y_c, z_c)$ . Расстояние  $OC$  от приемных антенн до точечного источника сигнала положим намного большим фазометрической базы  $A_1A_2$ , так чтобы падающую на антенны волну можно было считать плоской. Тогда разность фаз сигналов, наведенных в антеннах  $A_1$  и  $A_2$ , можно найти по формуле (2), которую запишем в новых обозначениях,

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} |\overrightarrow{A_1A_2}| \cos(\overrightarrow{A_1A_2} \wedge \overrightarrow{OC}). \quad (18)$$

Угол между векторами  $\overrightarrow{A_1A_2}$  и  $\overrightarrow{OC}$  определяется уравнением



$$\cos(\overrightarrow{A_1A_2} \wedge \overrightarrow{OC}) = \frac{(\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{OC})}{|\overrightarrow{A_1A_2}| |\overrightarrow{OC}|}. \quad (19)$$

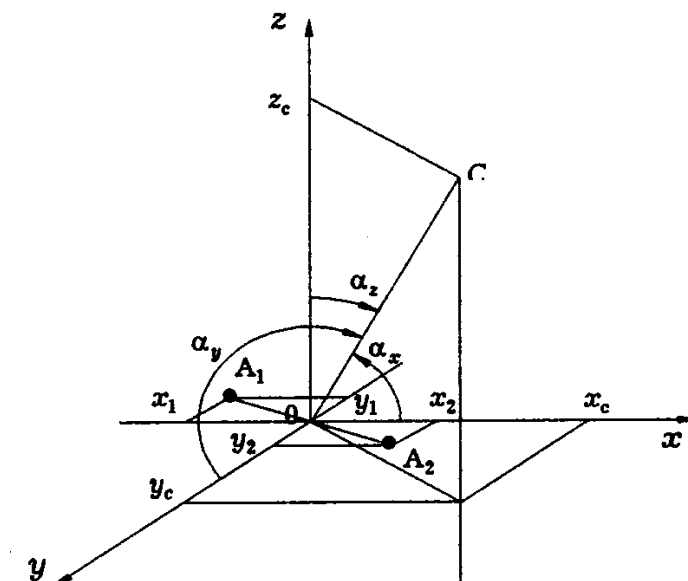


Рис. 7. Взаимное положение источника сигналов С и антенн пеленгатора в трехмерном пространстве

Очевидно,

$$(\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{OC}) = (x_1 - x_2)x_c + (y_1 - y_2)y_c,$$

где  $(x_1 - x_2)$ ,  $(y_1 - y_2)$  – проекции вектора  $\overrightarrow{A_1A_2}$  на координатные оси. Подставляя (19) в (18), имеем с учетом последнего уравнения, а также (16), (17):

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} [(x_1 - x_2) \cos \alpha_x + (y_1 - y_2) \cos \alpha_y]. \quad (20)$$

Естественно, полная разность фаз  $\Phi$  может быть больше измеренной  $\varphi$ , если  $|\overrightarrow{A_1A_2}| > \lambda/2$ .

Традиционно антенны двухкоординатных фазовых пеленгаторов располагают на плоскости вдоль осей прямоугольной декартовой системы координат. Подобная антенная система в целом имеет вид креста (рис. 8).

Предположим, что антенны  $A_1$  и  $A_2$  расположены на координатной оси  $x$ . Тогда фазометрическая база  $l_{12} = (x_2 - x_1)$ ,  $(y_2 - y_1) = 0$ , и формула (20) с учетом (16) примет вид

$$\Phi_{12} = \frac{2\pi l_{12}}{\lambda} \cos \beta \cos \alpha, \quad (21)$$

где  $\Phi_{12}$  — полная разность фаз сигналов на антеннах  $A_1$ ,  $A_2$ .

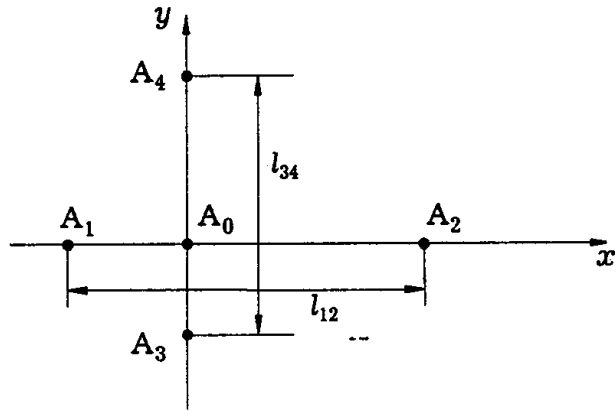


Рис. 8. Пример расположения на плоскости антенн фазового пеленгатора:  $A_i$  – антенны;  $\Phi_{i,j}$  – измеряемые разности фаз

Аналогично, если пара антенн, например  $A_3, A_4$ , располагается на оси  $y$ , фазометрическая база  $l_{34} = (y_4 - y_3)$ , и из (20) с учетом (17) получаем

$$\Phi_{34} = \frac{2\pi l_{34}}{\lambda} \cos \beta \cos \alpha, \quad (22)$$

где  $\Phi_{34}$  — полная разность фаз сигналов на антеннах  $A_3, A_4$ .

Из последних формул получаем соотношения для вычисления азимута  $\alpha$  и угла места  $\beta$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\Phi_{34} l_{12}}{\Phi_{12} l_{34}}, \quad (23)$$

$$\beta = \arccos \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\Phi_{12}}{l_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\Phi_{34}}{l_{34}}\right)^2}. \quad (24)$$

Формулы (23), (24) являются основой для расчета азимута и угла места при традиционном построении двухкоординатных фазовых пеленгаторов.

Разности фаз  $\Phi_{12}, \Phi_{34}$  могут быть неоднозначными, если антенные базы больше  $\lambda/2$ . Для раскрытия неоднозначности по каждой из осей координат устанавливаются дополнительные антенны и используются алгоритмы, рассмотренные в предыдущем разделе. Таким образом, формулы (23), (24) предполагают использование двух отдельных пеленгаторов с ортогональным расположением линейных антенных решеток. На рис. 8 антенна  $A_0$  введена для устранения неоднозначности измерений.

Другой способ построения двухкоординатных фазовых пеленгаторов основан на использовании всей совокупности разностей фаз, измеренных между антеннами, расположенными в некоторой плоскости, одновременно для определения двух угловых координат, включая и устранение неоднозначности. Антенная система рассматривается как плоская антенная решетка, а измеряемые угловые координаты — как векторный параметр распределения вероятностей совокупности измеренных разностей фаз.