

Лекция 8.

Сравнительный анализ пеленгационных алгоритмов

При сравнении алгоритмов определения угловых координат ИРИ обычно применяют такие показатели как среднеквадратичное отклонение и разрешающая способность. Под разрешающей способностью Δ_α , понимается величина минимального углового разноса между ИРИ, при котором можно обнаружить наличие двух источников.

Сравнение разрешающей способности непараметрических и собственноструктурных алгоритмов проводилось методами математического моделирования. Для этого использовалась линейная антенная решетка, состоящая из 16 антенных элементов, с расстоянием между ними $0,5\lambda$, где λ – длина волны принимаемого сигнала. Моделировался приход двух сигналов с угловыми координатами 88° и 92° , имеющих одинаковое начальное время прихода и длительность. На рис 1 представлена рассчитанная пеленгационная характеристика для непараметрических алгоритмов формирования сканирующего луча (beamforming), Кейпона и собственноструктурного алгоритма MUSIC. Видно, что в пределах главного лепестка алгоритм формирования сканирующего луча не может разрешить сигналы. Алгоритмы Кейпона и MUSIC верно определяют пеленгационные углы, однако, разрешающая способность алгоритма Кейпона существенно ниже, чем у MUSIC.

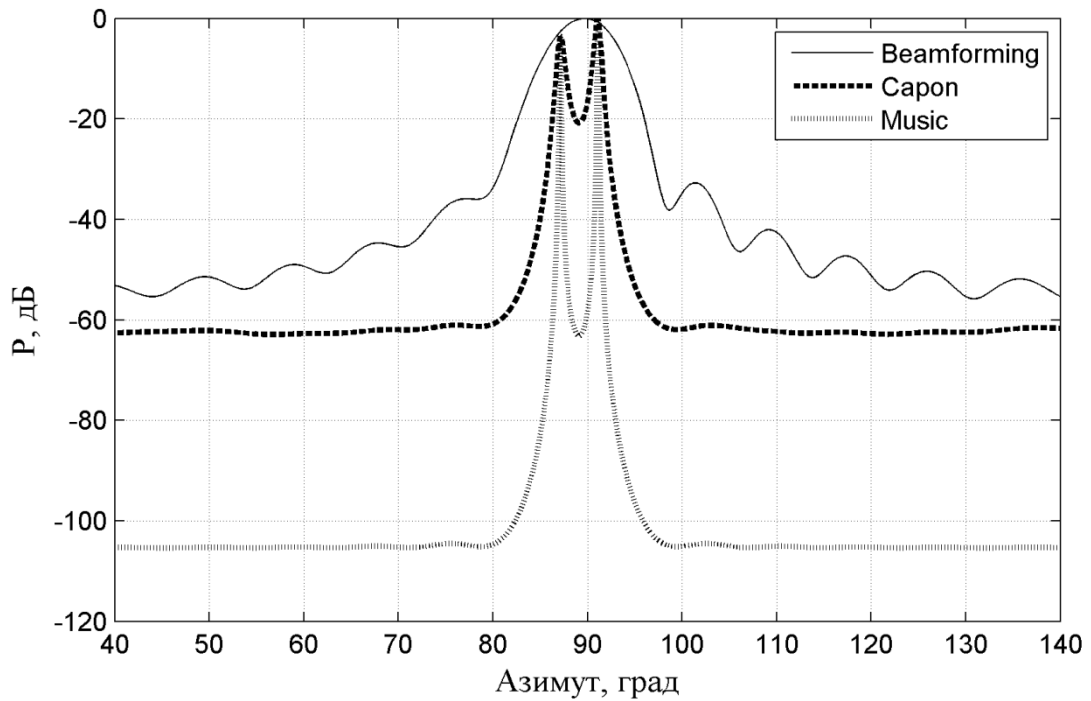


Рис. 1. Пеленгационная характеристика

Среднеквадратичное отклонение σ_m можно определить следующим образом:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N_{исп}} (\alpha_{n,m} - \alpha_m)^2}{N_{исп}}} \quad (1)$$

где m – номер ИРИ, α_m - истинное значение угла прихода, $\alpha_{n,m}$ - оценка угла прихода на каждом испытании, $N_{исп}$ - количество испытаний. Вопрос сравнения пеленгационных алгоритмов по критериям СКО и разрешающей способности, подробно рассмотрен ряде публикаций. Среди основных выводов необходимо отметить, что «собственноструктурные методы превосходят по точности оценки угла прихода любой из несобственноструктурных».

В случае скоростной пеленгации одним из важнейших критериев является время выполнения одной итерации алгоритма. Оценку времени выполнения, можно проводить, используя такой критерий как вычислительная сложность, т.е. количество операций с плавающей запятой, флопов (Float Point Operation), затрачивающихся на каждую итерацию.

Следует отметить, что подсчет флопов это лишь приблизительная оценка производительности, в реальных условиях эффективность зависит от многих факторов, таких как коммуникативные связи, длина векторных операндов и пр.

В таблице 1 содержится информация о вычислительной сложности этапов расчета алгоритма MUSIC, полученная в ходе обзора литературы. P - количество точек пеленгационного рельефа.

Таблица 1.1. Этапы расчета алгоритма MUSIC

№ п/п	Этап алгоритма MUSIC	Вычислительная сложность, флоп
1	Итеративное вычисление корреляционной матрицы	$10N^2$
2	Определение собственных векторов и значений	$23N^3$
3	Построение пеленгационного рельефа	$P(8N^2+6N+8M+14)$
4	Определение пеленгов по максимумам пеленгационного рельефа	

В качестве численного примера, рассмотрим антенную решетку, состоящую из 12 АЭ, на которую приходят два сигнала. При секторе сканирования от 0° до 180° с шагом 0.1° , количество точек пеленгационного рельефа P будет равняться $P=180/0.1=1800$. Как следствие количество флопов, затрачиваемое на последние два этапа (Таблица 1.) алгоритма MUSIC, составит 98,2% от общего числа операций. Таким образом, можно сделать вывод о том, что наиболее вычислительно затратными этапами являются построение пеленгационного рельефа и определение его максимумов. Алгоритмы параллельного обзора не используют сканирование по пространству и, как следствие, существенно быстрее, что делает их использование наиболее предпочтительным в скоростных пеленгационных системах.

Методики повышения быстродействия собственноструктурных алгоритмов пеленгации

Современный этап развития пеленгационных систем характеризуется применением алгоритмов определения угловых координат, обладающих повышенной разрешающей способностью за счет либо использования многомерной оптимизации, либо идеи разделения входного пространства данных на сигнальное и шумовое подпространства. Однако следует учитывать, что вычислительная сложность данных алгоритмов нелинейно (квадратно или кубически) зависит от количества антенных элементов, что делает оправданным их применение в основном при постобработке данных и накладывает существенные ограничения на использование в реальном масштабе времени, когда сбор данных и их обработка осуществляется в одном приложении. В последнее время наиболее актуальное решение данной проблемы – использование методов, повышающих быстродействие вычислительных этапов пеленгационных алгоритмов, особенно при большом количестве антенных элементов.

Исходя из существующих работ, можно выделить ряд направлений по данной тематике: работа с входными данными, повышение скорости работы алгоритма в целом путем перехода от комплексных вычислений к вещественным и сокращение времени выполнения наиболее ресурсоемких этапов расчета.

Переход от комплексных вычислений к действительным

Как уже отмечалось, собственноструктурные алгоритмы обладают наилучшим соотношением между быстродействием и точностью, что делает их выбор наиболее оптимальным при использовании в скоростной пеленгационной системе. Однако известно, что одним из основных недостатков этих алгоритмов является возникновение аномальных ошибок определения угловых координат при работе с высокоррелированными или когерентными сигналами. К настоящему времени разработаны различные процедуры декорреляции сигналов: пространственное сглаживание,

усреднение «вперед-назад», исключение когерентности путем движения антенной решетки, использование техники максимального правдоподобия, использование обобщенного подхода по извлечению собственных векторов. Среди этих подходов для скоростной обработки данных наибольшее распространение получил метод усреднения «вперед-назад», который так же возможно использовать для перехода от комплексных вычислений к вещественным.

Суть метода усреднения «вперед-назад» заключается в получении корреляционной матрицы \mathbf{R}_{fb} вида:

$$\mathbf{R}_{fb} = \frac{1}{2}(\mathbf{R} + \mathbf{J}_N \mathbf{R}^* \mathbf{J}_N) \quad (2)$$

здесь \mathbf{R} – корреляционная матрица, N – количество антенных элементов, \mathbf{J}_N – матрица размерностью $N \times N$, на антидиагонали которой находятся единицы, остальные элементы равны нулю.

Данный метод восстанавливает полный ранг корреляционной матрицы, тем самым позволяя корректно определять собственные вектора и значения.

Существует методика объединения техники усреднения «вперед-назад» с алгоритмом TLS-ESPRIT. Итоговый алгоритм, названный unitary-TLS-ESPRIT, позволяет работать с вещественными числами, понижая вычислительную сложность TLS-ESPRIT. Общая суть unitary-TLS-ESPRIT заключается в применении унитарного преобразования к усредненной «вперед-назад» корреляционной матрице \mathbf{R}_{fb} и получении действительной корреляционной матрицы, определяемой как

$$\mathbf{R}_{Re} = \mathbf{Q}^H \mathbf{R}_{fb} \mathbf{Q}, \quad (3)$$

где \mathbf{Q} – матрица, определяющая унитарное преобразование. Для четных N обычно используют:

$$\mathbf{Q}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_h & j\mathbf{I}_h \\ \mathbf{J}_h & -j\mathbf{J}_h \end{bmatrix}, \text{ где } h=N/2 \quad (4)$$

для нечетных N :

$$\mathbf{Q}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_h & \mathbf{0} & j\mathbf{I}_h \\ \mathbf{0}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{J}_h & \mathbf{0} & -j\mathbf{J}_h \end{bmatrix}, \text{ где } h=(N-1)/2. \quad (5)$$

здесь \mathbf{J}_h – матрица размерностью $h \times h$, на антидиагонали которой находятся единицы, остальные элементы равны нулю, \mathbf{I}_h – единичная матрица размерностью $h \times h$.

Следует отметить, что одним из свойств \mathbf{Q}_N является тождество:

$$\mathbf{Q}_N^H = \mathbf{J}_N \mathbf{Q}_N. \quad (6)$$

Таким образом, получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{Re}} &= \frac{1}{2} \mathbf{Q}^H (\mathbf{R} + \mathbf{J}_N \mathbf{R}^* \mathbf{J}_N) \mathbf{Q} = \frac{1}{2} (\mathbf{Q}^H \mathbf{R} \mathbf{Q} + \mathbf{Q}^H \mathbf{J}_N \mathbf{R}^* \mathbf{J}_N \mathbf{Q}) = \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{Q}^H \mathbf{R} \mathbf{Q} + [\mathbf{Q}^*]^H \mathbf{R}^* \mathbf{Q}^*) = \text{Re}(\mathbf{Q}^H \mathbf{R} \mathbf{Q}). \end{aligned} \quad (7)$$

Использование подобного подхода сокращает время работы TLS-ESPRIT, и позволяет работать с когерентными сигналами. Тем не менее, этап извлечения собственных векторов занимает порядка $O(N^3)$ операций. Следовательно, возникает необходимость в адаптации метода усреднения «вперед-назад» для случая применения скоростных алгоритмов определения собственных векторов, в которых обычно не используется явное вычисление корреляционной матрицы. Для этого необходимо получить явное представление вектора данных, определяющего усредненную корреляционную матрицу, т.е. определить \mathbf{X}_{fb} , удовлетворяющую тождеству:

$$\mathbf{R}_{fb} = \langle \mathbf{X}_{fb} \mathbf{X}_{fb}^H \rangle. \quad (8)$$

Для этого перепишем формулу (2) в виде:

$$\mathbf{R}_{fb} = \frac{1}{2} (\mathbf{R} + \mathbf{J}_N \mathbf{R}^* \mathbf{J}_N) = \frac{1}{2} (\langle \mathbf{X} \mathbf{X}^H \rangle + \mathbf{J}_N \langle \mathbf{X}^* \mathbf{X}^T \rangle \mathbf{J}_N). \quad (9)$$

здесь $\langle \rangle$ – усреднение по времени.

Далее, добавим к (9) малый параметр $\langle \Delta \rangle$, стремящийся к нулю с увеличением количества цифровых отсчетов:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \langle \Delta \rangle \rightarrow 0. \quad (10)$$

В итоге выражение для корреляционной матрицы запишется следующим образом:

$$\mathbf{R}_{fb} = \frac{1}{2} \left(\langle \mathbf{X}\mathbf{X}^H \rangle + \mathbf{J}_N \langle \mathbf{X}^* \mathbf{X}^T \rangle \mathbf{J}_N \right) + \langle \Delta \rangle. \quad (11)$$

При выполнении условия (10) влияние Δ нивелируется при повышении времени накопления, тем самым сведя выражение (11) к (9). В качестве малого параметра удобно выбрать следующее представление:

$$\Delta = \mathbf{J}_N \operatorname{Re}(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^H). \quad (12)$$

Учитывая периодический характер элементов матрицы $\mathbf{X}^* \mathbf{X}^H$, легко показать, что эта подстановка удовлетворяет условию (10). Далее, перепишем (12) в виде:

$$\langle \Delta \rangle = \mathbf{J}_N \langle \operatorname{Re}(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^H) \rangle = \frac{1}{2} \left(\mathbf{J}_N \langle \mathbf{X}^* \mathbf{X}^H \rangle + \langle \mathbf{X}\mathbf{X}^T \rangle \mathbf{J}_N \right). \quad (13)$$

Подставляя (13) в (11), получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{fb} &= \frac{1}{2} \left(\langle \mathbf{X}\mathbf{X}^H \rangle + \mathbf{J}_N \langle \mathbf{X}^* \mathbf{X}^T \rangle \mathbf{J}_N + \mathbf{J}_N \langle \mathbf{X}^* \mathbf{X}^H \rangle + \langle \mathbf{X}\mathbf{X}^T \rangle \mathbf{J}_N \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left\langle \left(\mathbf{X} + \mathbf{J}_N \mathbf{X}^* \right) \left(\mathbf{X} + \mathbf{J}_N \mathbf{X}^* \right)^H \right\rangle \end{aligned} \quad (14)$$

Учитывая (8), в итоге получаем выражение для адаптивной оценки усредненной «вперед-назад» корреляционной матрицы \mathbf{R}_{fb} :

$$\mathbf{X}_{fb} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\mathbf{X} + \mathbf{J}_N \mathbf{X}^* \right). \quad (15)$$

Возможность использования (15) наглядно отражена на рисунке 2, где представлены графики зависимости ошибки определения сигнального подпространства err_{sub} от времени накопления K относительно способа, реализуемого по формуле (2) (усреднение проведено по 10 испытаниям). Для этого использовалась линейная антенная решетка, состоящая из 16 антенных элементов, с расстоянием между ними $0,5\lambda$, где λ – длина волны принимаемого сигнала. Для данной антенной системы моделировался приход двух сигналов с направлений 80° и 100° . Отношение сигнал/шум (ОСШ) устанавливалось -5, 0, 15 дБ.

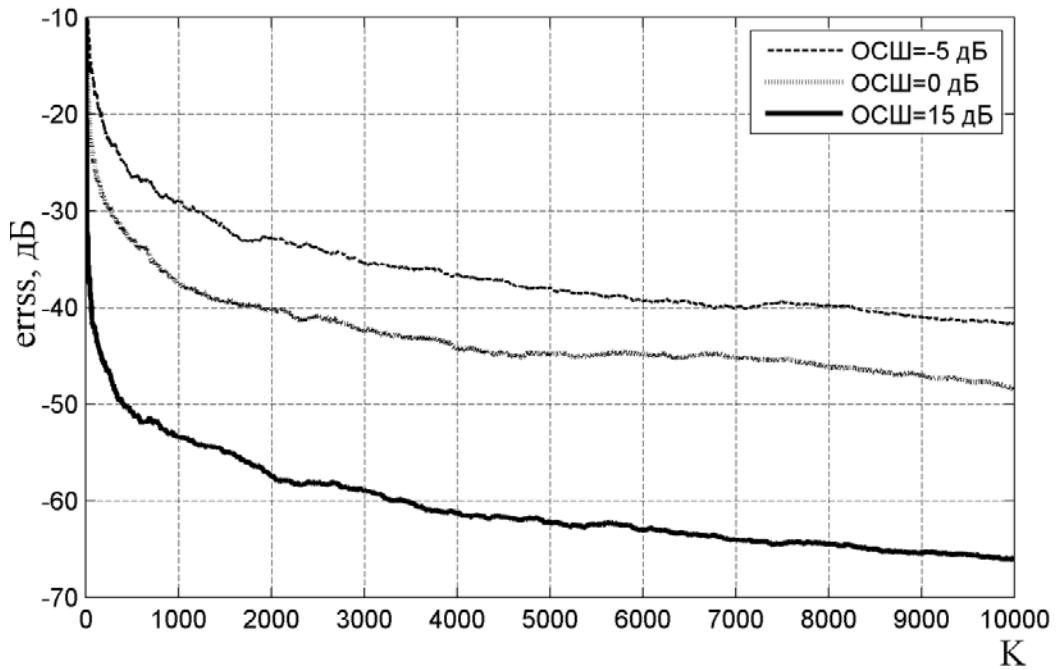


Рис. 2 Ошибка определения подпространства при скоростной обработке данных

Исходя из графиков, видно, что даже при отрицательном соотношении сигнал/шум, сигнальное подпространство, полученное из данных предобработанных согласно (15), сходится к подпространству, извлеченному из усредненной «вперед-назад» корреляционной матрицы (при $K=1000$, ошибка = -29 дБ). При положительном ОСШ наблюдается дальнейшее понижение ошибки (при ОСШ=15 дБ и $K=1000$, ошибка = -54 дБ). Из чего можно сделать вывод, о возможности применения процедуры усреднения по формуле (15) в скоростной обработке данных.

Переход к вещественным вычислениям аналогично (3) можно осуществить, совмещая (15) с унитарным преобразованием, определяемым матрицами (4) и (5):

$$\mathbf{X}_{fbRe} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{Q}^H (\mathbf{X} + \mathbf{J}_N \mathbf{X}^*) \quad (16)$$

Возможность использования (16) в скоростных пеленгационных системах оценим на основе алгоритма ESPRIT. На рисунке 3 представлены графики зависимости среднеквадратичной ошибки (СКО) оценки угловых координат от отношения сигнал/шум для алгоритмов unitary-ESPRIT и aFB-

ESPRIT, где aFB – adaptive FB. Время накопления устанавливалось равным 1000 отсчетам, параметры AP и сигналов те же, что и для предыдущего графика. Из графиков видно, что при отрицательном ОСШ алгоритм на основе модифицированного метода незначительно уступает стандартному (0.1° при ОСШ=-6 дБ), при положительном ОСШ значения эквиваленты. В итоге можно сделать вывод о возможности применения модифицированного усреднения «вперед-назад» в скоростной обработке данных.

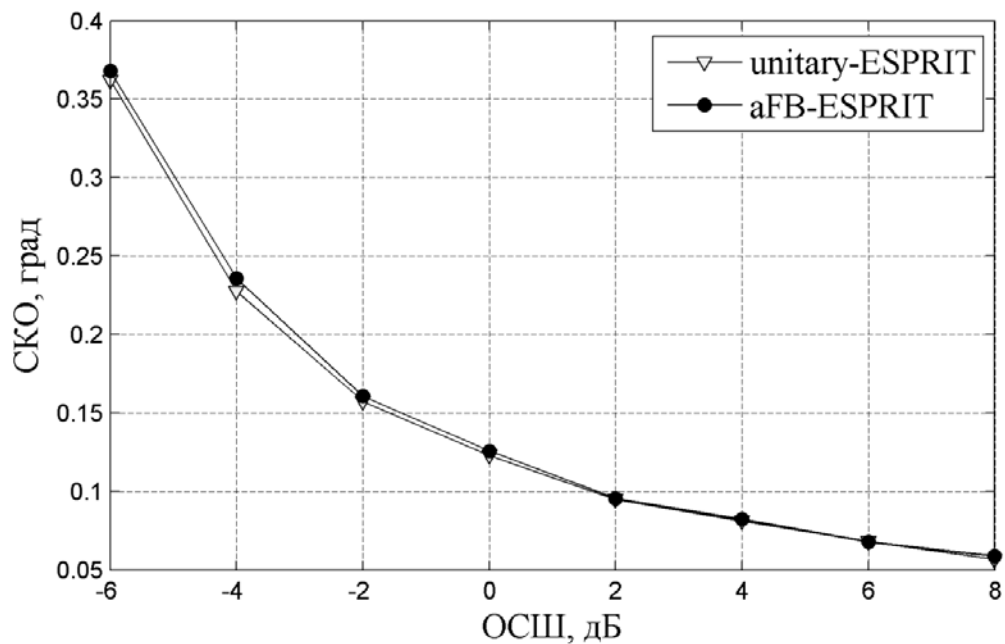


Рис. 3 Зависимость СКО оценки угловых координат от отношения сигнал/шум для алгоритмов unitary-ESPRIT и aFB-ESPRIT